数学Ⅱ・数学B

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　　答
第２問	必　　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

数学Ⅱ・数学B　(注) この科目には，選択問題があります。(23ページ参照。)

第1問　(必答問題)　(配点　30)

〔1〕 座標平面上で，直線 $3x+2y-39=0$ を ℓ_1 とする。また，k を実数とし，直線 $kx-y-5k+12=0$ を ℓ_2 とする。

(1) 直線 ℓ_1 と x 軸は，点 $\left(\boxed{\text{アイ}},\ 0\right)$ で交わる。

また，直線 ℓ_2 は k の値に関係なく点 $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エオ}}\right)$ を通り，直線 ℓ_1 もこの点を通る。

(2) 2直線 ℓ_1，ℓ_2 および x 軸によって囲まれた三角形が**できないような** k の値は

$$k=\boxed{\text{カ}},\ \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3)　2直線ℓ_1，ℓ_2およびx軸によって囲まれた三角形ができるとき，この三角形の周および内部からなる領域をDとする。さらに，rを正の実数とし，不等式$x^2+y^2 \leqq r^2$の表す領域をEとする。

直線ℓ_2が点$(-13,\ 0)$を通る場合を考える。このとき，$k=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$

である。さらに，DがEに含まれるようなrの値の範囲は

$$r \geqq \boxed{\text{シス}}$$

である。

次に，$r=\boxed{\text{シス}}$の場合を考える。このとき，DがEに含まれるようなkの値の範囲は

$$k \geqq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \quad \text{または} \quad k < \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

〔2〕 θ は $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする。

(1) $\tan\theta = -\sqrt{3}$ のとき，$\theta = \boxed{テ}$ であり

$\cos\theta = \boxed{ト}$，$\sin\theta = \boxed{ナ}$

である。

一般に，$\tan\theta = k$ のとき

$\cos\theta = \boxed{ニ}$，$\sin\theta = \boxed{ヌ}$

である。

$\boxed{テ}$ の解答群

⓪ $-\dfrac{\pi}{3}$	① $-\dfrac{\pi}{4}$	② $-\dfrac{\pi}{6}$	③ $\dfrac{\pi}{6}$	④ $\dfrac{\pi}{4}$	⑤ $\dfrac{\pi}{3}$

$\boxed{ト}$，$\boxed{ナ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① 1	② -1
③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	④ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
⑥ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	⑦ $\dfrac{1}{2}$	⑧ $-\dfrac{1}{2}$

$\boxed{ニ}$，$\boxed{ヌ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $\dfrac{1}{1+k^2}$	① $-\dfrac{1}{1+k^2}$	② $\dfrac{k}{1+k^2}$	③ $-\dfrac{k}{1+k^2}$
④ $\dfrac{2}{1+k^2}$	⑤ $-\dfrac{2}{1+k^2}$	⑥ $\dfrac{2k}{1+k^2}$	⑦ $-\dfrac{2k}{1+k^2}$
⑧ $\dfrac{1}{\sqrt{1+k^2}}$	⑨ $-\dfrac{1}{\sqrt{1+k^2}}$	ⓐ $\dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$	ⓑ $-\dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$

（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

(2) 花子さんと太郎さんは，関数のとり得る値の範囲について話している。

花子：$-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で θ を動かすとき，$\tan\theta$ のとり得る値の範囲は実数全体だよね。

太郎：$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ だけど，分子を少し変えるとどうなるかな。

$\dfrac{\sin 2\theta}{\cos\theta} = p$，$\dfrac{\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{7}\right)}{\cos\theta} = q$ とおく。

$-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で θ を動かすとき，p のとり得る値の範囲は $\boxed{ネ}$ であり，q のとり得る値の範囲は $\boxed{ノ}$ である。

$\boxed{ネ}$ の解答群

⓪ $-1 < p < 1$	① $0 < p < 1$
② $-2 < p < 2$	③ $0 < p < 2$
④ 実数全体	⑤ 正の実数全体

$\boxed{ノ}$ の解答群

⓪ $-1 < q < 1$	① $0 < q < 1$
② $-2 < q < 2$	③ $0 < q < 2$
④ 実数全体	⑤ 正の実数全体
⑥ $-\sin\dfrac{\pi}{7} < q < \sin\dfrac{\pi}{7}$	⑦ $0 < q < \sin\dfrac{\pi}{7}$
⑧ $-\cos\dfrac{\pi}{7} < q < \cos\dfrac{\pi}{7}$	⑨ $0 < q < \cos\dfrac{\pi}{7}$

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) α は $0 \leqq \alpha < 2\pi$ を満たすとし

$$\frac{\sin(\theta + \alpha)}{\cos\theta} = r$$

とおく。$\alpha = \frac{\pi}{7}$ の場合，r は(2)で定めた q と等しい。

α の値を一つ定め，$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で θ のみを動かすとき，r のとり得る値の範囲を考える。

r のとり得る値の範囲が q のとり得る値の範囲と異なるような α $(0 \leqq \alpha < 2\pi)$ は $\boxed{ハ}$。

$\boxed{ハ}$ の解答群

⓪ 存在しない	① ちょうど1個存在する
② ちょうど2個存在する	③ ちょうど3個存在する
④ ちょうど4個存在する	⑤ 5個以上存在する

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学Bの試験問題は次に続く。

第2問 (必答問題) (配点 30)

k を実数とし

$$f(x) = x^3 - kx$$

とおく。また，座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする。

必要に応じて，次のことを用いてもよい。

曲線 C の平行移動

曲線 C を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線の方程式は

$$y = (x - p)^3 - k(x - p) + q$$

である。

(1) t を実数とし

$$g(x) = (x - t)^3 - k(x - t)$$

とおく。また，座標平面上の曲線 $y = g(x)$ を C_1 とする。

(i) 関数 $f(x)$ は $x = 2$ で極値をとるとする。

このとき，$f'(2) =$ $\boxed{\text{ア}}$ であるから，$k =$ $\boxed{\text{イウ}}$ であり，$f(x)$ は $x =$ $\boxed{\text{エオ}}$ で極大値をとる。また，$g(x)$ が $x = 3$ で極大値をとるとき，$t =$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(ii) $t=1$ とする。また，曲線 C と C_1 は2点で交わるとし，一つの交点の x 座標は -2 であるとする。このとき，$k=$ $\boxed{\text{キク}}$ であり，もう一方の交点の x 座標は $\boxed{\text{ケ}}$ である。また，C と C_1 で囲まれた図形のうち，$x \geqq 0$ の範囲にある部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(2)　a，b，c を実数とし

$$h(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + c$$

とおく。また，座標平面上の曲線 $y = h(x)$ を C_2 とする。

(i)　曲線 C を平行移動して，C_2 と一致させることができるかどうかを考察しよう。C を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した曲線が C_2 と一致するとき

$$h(x) = (x - p)^3 - k(x - p) + q \quad \cdots\cdots ①$$

である。よって，$p = \boxed{\text{スセ}}$，$b = \boxed{\text{ソ}}\,p^2 - k$ であり

$$k = \boxed{\text{タ}}\,a^2 - b \quad \cdots\cdots ②$$

である。また，① において，$x = p$ を代入すると，$q = h(p) = h\left(\boxed{\text{スセ}}\right)$ となる。

逆に，k が ② を満たすとき，C を x 軸方向に $\boxed{\text{スセ}}$，y 軸方向に $h\left(\boxed{\text{スセ}}\right)$ だけ平行移動させると C_2 と一致することが確かめられる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(ii) $b = 3a^2 - 3$ とする。このとき，曲線 C_2 は曲線

$$y = x^3 - \boxed{\text{チ}}\,x$$

を平行移動したものと一致する。よって，$h(x)$ が $x = 4$ で極大値 3 をとるとき，$h(x)$ は $x = \boxed{\text{ツ}}$ で極小値 $\boxed{\text{テト}}$ をとることがわかる。

(iii) 次の⓪～③のうち，平行移動によって一致させることができる二つの異なる曲線は $\boxed{\text{ナ}}$ と $\boxed{\text{ニ}}$ である。

$\boxed{\text{ナ}}$，$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ $y = x^3 - x - 5$

① $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 4$

② $y = x^3 - 6x^2 - x - 4$

③ $y = x^3 - 6x^2 + 7x - 5$

第3問 （選択問題）（配点　20）

以下の問題を解答するにあたっては，必要に応じて39ページの正規分布表を用いてもよい。

太郎さんのクラスでは，確率分布の問題として，2個のさいころを同時に投げることを72回繰り返す試行を行い，2個とも1の目が出た回数を表す確率変数Xの分布を考えることとなった。そこで，21名の生徒がこの試行を行った。

(1) Xは二項分布$B\left(\boxed{\text{アイ}},\ \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}\right)$に従う。このとき，$k=\boxed{\text{アイ}}$，

$p=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$とおくと，$X=r$である確率は

$$P(X=r)={}_k\mathrm{C}_r\,p^r(1-p)^{\boxed{\text{カ}}}\qquad(r=0,1,2,\cdots,k)\ \cdots\cdots\ ①$$

である。

また，Xの平均(期待値)は$E(X)=\boxed{\text{キ}}$，標準偏差は

$\sigma(X)=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$である。

$\boxed{\text{カ}}$の解答群

⓪ k	① $k+r$	② $k-r$	③ r

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(2) 21名全員の試行結果について，2個とも1の目が出た回数を調べたところ，次の表のような結果になった。なお，5回以上出た生徒はいなかった。

回数	0	1	2	3	4	計
人数	2	7	7	3	2	21

この表をもとに，確率変数Yを考える。Yのとり得る値を0，1，2，3，4とし，各値の相対度数を確率として，Yの確率分布を次の表のとおりとする。

Y	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$	$\frac{2}{21}$	$\boxed{\text{ス}}$

このとき，Yの平均は$E(Y)=\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$，標準偏差は$\sigma(Y)=\frac{\sqrt{530}}{21}$である。

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(3) 太郎さんは，(2)の実際の試行結果から作成した確率変数 Y の分布について，二項分布の ① のように，その確率の値を数式で表したいと考えた。そこで，$Y=1$，$Y=2$ である確率が最大であり，かつ，それら二つの確率が等しくなっている確率分布について先生に相談したところ，Y の代わりとして，新しく次のような確率変数 Z を提案された。

先生の提案

Z のとり得る値は 0，1，2，3，4 であり，$Z=r$ である確率を

$$P(Z=r)=a\cdot\frac{2^r}{r!}\qquad(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

とする。ただし，a を正の定数とする。また，$r!=r(r-1)\cdots\cdot 2\cdot 1$ であり，$0!=1$，$1!=1$，$2!=2$，$3!=6$，$4!=24$ である。

このとき，(2)と同様に Z の確率分布の表を作成することにより，

$a=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ であることがわかる。

Z の平均は $E(Z)=\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$，標準偏差は $\sigma(Z)=\dfrac{\sqrt{614}}{21}$ であり，

$E(Z)=E(Y)$ が成り立つ。また，$Z=1$，$Z=2$ である確率が最大であり，かつ，それら二つの確率は等しい。これらのことから，太郎さんは提案されたこの Z の確率分布を利用することを考えた。

（数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。）

(4) (3)で考えた確率変数 Z の確率分布をもつ母集団を考え，この母集団から無作為に抽出した大きさ n の標本を確率変数 W_1, W_2, $\cdots$, W_n とし，標本平均を $\overline{W} = \dfrac{1}{n}(W_1 + W_2 + \cdots + W_n)$ とする。

$\overline{W}$ の平均を $E(\overline{W}) = m$，標準偏差を $\sigma(\overline{W}) = s$ とおくと，$m = \dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$，

$s = \sigma(Z) \cdot \boxed{\text{ネ}}$ である。

$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{1}{n}$	① 1	② $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$
③ $\sqrt{n}$	④ n	⑤ n^2

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

また，標本の大きさnが十分に大きいとき，$\overline{W}$は近似的に正規分布$N(m,\ s^2)$に従う。さらに，nが増加するとs^2は $\boxed{\boxed{\text{ノ}}}$ ので，$\overline{W}$の分布曲線と，mと$E(X) = \boxed{\text{キ}}$ の大小関係に注意すれば，nが増加すると$P\left(\overline{W} \geqq \boxed{\text{キ}}\right)$は $\boxed{\boxed{\text{ハ}}}$ ことがわかる。

ここで，$U = \boxed{\boxed{\text{ヒ}}}$ とおくと，nが十分に大きいとき，確率変数Uは近似的に標準正規分布$N(0,\ 1)$に従う。このことを利用すると，$n = 100$のとき，標本の大きさは十分に大きいので

$$P\left(\overline{W} \geqq \boxed{\text{キ}}\right) = 0.\boxed{\text{フヘホ}}$$

である。ただし，$0.\boxed{\text{フヘホ}}$ の計算においては$\dfrac{1}{\sqrt{614}} = \dfrac{\sqrt{614}}{614} = 0.040$とする。

$\overline{W}$の確率分布において$E(X)$は極端に大きな値をとっていることがわかり，$E(X)$と$E(\overline{W})$は等しいとはみなせない。

$\boxed{\boxed{\text{ノ}}}$，$\boxed{\boxed{\text{ハ}}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 小さくなる	① 変化しない	② 大きくなる

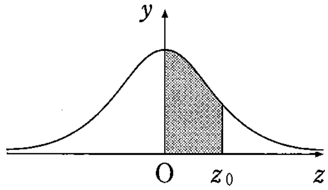
$\boxed{\boxed{\text{ヒ}}}$ の解答群

⓪ $\dfrac{\overline{W}-m}{\sqrt{n}}$	① $\dfrac{\overline{W}-m}{n}$	② $\dfrac{\overline{W}-m}{n^2}$
③ $\dfrac{\overline{W}-m}{\sqrt{s}}$	④ $\dfrac{\overline{W}-m}{s}$	⑤ $\dfrac{\overline{W}-m}{s^2}$

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 (選択問題) (配点 20)

数列$\{a_n\}$は，初項が1で

$$a_{n+1} = a_n + 4n + 2 \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。また，数列$\{b_n\}$は，初項が1で

$$b_{n+1} = b_n + 4n + 2 + 2\cdot(-1)^n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たすとする。さらに，$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ とおく。

(1) $a_2 = \boxed{\text{ア}}$ である。また，階差数列を考えることにより

$$a_n = \boxed{\text{イ}}\, n^2 - \boxed{\text{ウ}} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

であることがわかる。さらに

$$S_n = \frac{\boxed{\text{エ}}\, n^3 + \boxed{\text{オ}}\, n^2 - \boxed{\text{カ}}\, n}{\boxed{\text{キ}}} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を得る。

(2) $b_2 = \boxed{\text{ク}}$ である。また，すべての自然数 n に対して

$$a_n - b_n = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立つ。

$\boxed{\text{ケ}}$ の解答群

⓪ 0	① $2n$	② $2n-2$
③ n^2-1	④ n^2-n	⑤ $1+(-1)^n$
⑥ $1-(-1)^n$	⑦ $-1+(-1)^n$	⑧ $-1-(-1)^n$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(3)　(2)から

$$a_{2021}\ \boxed{\text{コ}}\ b_{2021},\qquad a_{2022}\ \boxed{\text{サ}}\ b_{2022}$$

が成り立つことがわかる。また，$T_n=\sum_{k=1}^{n} b_k$ とおくと

$$S_{2021}\ \boxed{\text{シ}}\ T_{2021},\qquad S_{2022}\ \boxed{\text{ス}}\ T_{2022}$$

が成り立つこともわかる。

$\boxed{\text{コ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(4) 数列$\{b_n\}$の初項を変えたらどうなるかを考えてみよう。つまり，初項がcで

$$c_{n+1} = c_n + 4n + 2 + 2\cdot(-1)^n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

を満たす数列$\{c_n\}$を考える。

すべての自然数nに対して

$$b_n - c_n = \boxed{\text{セ}} - \boxed{\text{ソ}}$$

が成り立つ。

また，$U_n = \sum_{k=1}^{n} c_k$とおく。$S_4 = U_4$が成り立つとき，$c = \boxed{\text{タ}}$である。このとき

$$S_{2021}\ \boxed{\text{チ}}\ U_{2021}, \qquad S_{2022}\ \boxed{\text{ツ}}\ U_{2022}$$

も成り立つ。

ただし，$\boxed{\text{タ}}$は，文字（a～d）を用いない形で答えること。

$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $<$	① $=$	② $>$

（下 書 き 用 紙）

数学Ⅱ・数学Ｂの試験問題は次に続く。

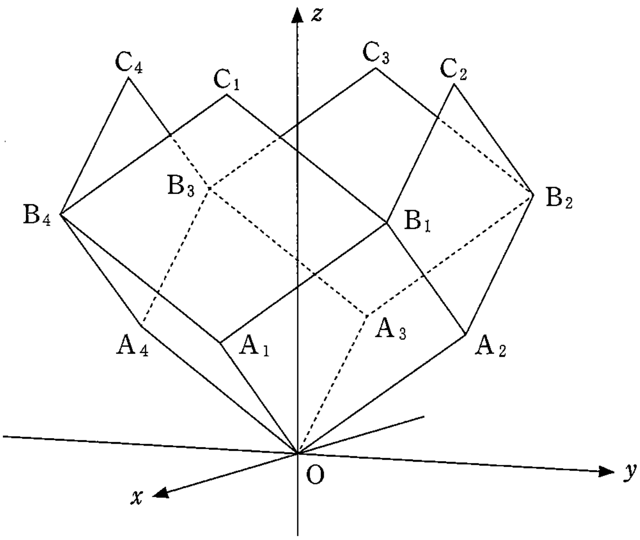
第5問 （選択問題）（配点　20）

a を正の実数とする。O を原点とする座標空間に4点

$$A_1(1,\ 0,\ a),\ A_2(0,\ 1,\ a),\ A_3(-1,\ 0,\ a),\ A_4(0,\ -1,\ a)$$

がある。また，次の図のように，4点 B_1，B_2，B_3，B_4 を四角形 $A_1OA_2B_1$，$A_2OA_3B_2$，$A_3OA_4B_3$，$A_4OA_1B_4$ がそれぞれひし形になるようにとる。さらに，4点 C_1，C_2，C_3，C_4 を四角形 $A_1B_1C_1B_4$，$A_2B_2C_2B_1$，$A_3B_3C_3B_2$，$A_4B_4C_4B_3$ がそれぞれひし形になるようにとる。

ただし，座標空間における四角形を考える際には，その四つの頂点が同一平面上にあるものとする。



(1)　点 B_2，C_3 の座標は

$$B_2\left(-1,\ \boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イウ}}\right),\ C_3\left(-1,\ \boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オカ}}\right)$$

である。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

また，

$$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OB_2}=\boxed{キ},\quad \overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{B_2C_3}=\boxed{ク}$$

となる。

$\boxed{キ}$ ，$\boxed{ク}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0	① 1	② -1
③ a^2	④ a^2+1	⑤ a^2-1
⑥ $2a^2$	⑦ $2a^2+1$	⑧ $2a^2-1$

(2) ひし形 $A_1OA_2B_1$ と $A_1B_1C_1B_4$ が合同であるとする。

対応する対角線の長さが等しいことから，$a=\dfrac{\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ であることがわかる。

直線 OA_1 上に点 P を $\angle OPA_2$ が直角となるようにとる。

実数 s を用いて $\overrightarrow{OP}=s\,\overrightarrow{OA_1}$ と表せる。$\overrightarrow{PA_2}$ と $\overrightarrow{OA_1}$ が垂直であること，および

$$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_1}=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}},\quad \overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2}=\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$$

であることにより

$$s=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$$

であることがわかる。

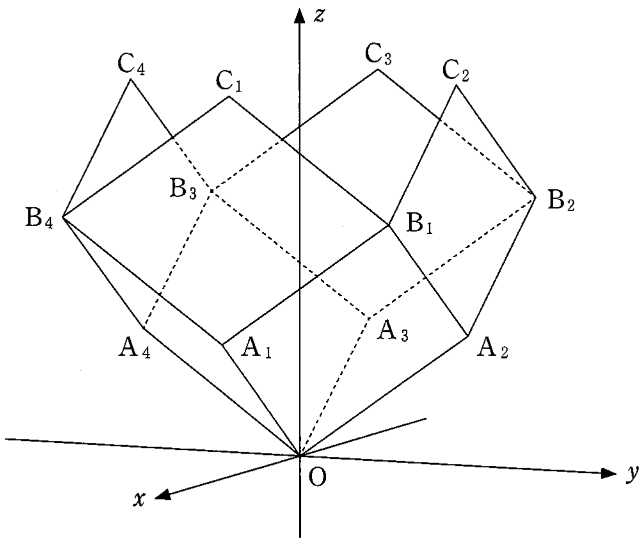
(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(3) 実数 a および点 P を (2) のようにとり，3 点 P，A_2，A_4 を通る平面を α とするとき，次のことについて考察しよう。

考察すること

平面 α と 2 点 B_2，C_3 の位置関係

$\angle OPA_4$ も直角であるので，$\overrightarrow{OA_1}$ と平面 α は垂直であることに注意する。



直線 B_2C_3 と平面 α の交点を Q とする。

実数 t を用いて

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OB_2} + t\,\overrightarrow{B_2C_3}$$

と表せる。$\overrightarrow{PQ}$ が $\overrightarrow{OA_1}$ と垂直であることにより

$$t = \boxed{\text{チ}}$$

であることがわかる。

座標空間から平面 α を除いた部分は，α を境に，原点 O を含む側と含まない側に分けられる。このとき，点 B_2 は $\boxed{\text{ツ}}$ にあり，点 C_3 は $\boxed{\text{テ}}$ にある。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ 0	① 1	② -1	③ $\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{2}$	⑤ $\frac{1}{3}$	⑥ $-\frac{1}{3}$	⑦ $\frac{2}{3}$

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ α 上
① O を含む側
② O を含まない側