

## 数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第1問	必 答
第2問	必 答
第3問	} いずれか 2 問を選択し, 解答しなさい。
第4問	
第5問	

第1問 (必答問題) (配点 30)

(1)

(1)  $\log_{10} 10 = \boxed{\text{ア}}$  である。また、 $\log_{10} 5$ 、 $\log_{10} 15$  をそれぞれ  $\log_{10} 2$  と  $\log_{10} 3$  を用いて表すと

$$\log_{10} 5 = \boxed{\text{イ}} \log_{10} 2 + \boxed{\text{ウ}}$$

$$\log_{10} 15 = \boxed{\text{エ}} \log_{10} 2 + \log_{10} 3 + \boxed{\text{オ}}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(2) 太郎さんと花子さんは、 $15^{20}$ について話している。

以下では、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

太郎： $15^{20}$ は何桁の数だろう。

花子： $15$ の $20$ 乗を求めるのは大変だね。 $\log_{10} 15^{20}$ の整数部分に着目してみようよ。

$\log_{10} 15^{20}$ は

$$\boxed{\text{カキ}} < \log_{10} 15^{20} < \boxed{\text{カキ}} + 1$$

を満たす。よって、 $15^{20}$ は  $\boxed{\text{クケ}}$  桁の数である。

太郎： $15^{20}$ の最高位の数字も知りたいね。だけど、 $\log_{10} 15^{20}$ の整数部分にだけ着目してもわからないな。

花子： $N \cdot 10^{\boxed{\text{カキ}}} < 15^{20} < (N+1) \cdot 10^{\boxed{\text{カキ}}}$  を満たすような正の整数  $N$ に着目してみたらどうかな。

$\log_{10} 15^{20}$ の小数部分は  $\log_{10} 15^{20} - \boxed{\text{カキ}}$  であり

$$\log_{10} \boxed{\text{コ}} < \log_{10} 15^{20} - \boxed{\text{カキ}} < \log_{10} (\boxed{\text{コ}} + 1)$$

が成り立つので、 $15^{20}$ の最高位の数字は  $\boxed{\text{サ}}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

(2) 座標平面上の原点を中心とする半径1の円周上に3点  $P(\cos \theta, \sin \theta)$ ,  $Q(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ,  $R(\cos \beta, \sin \beta)$  がある。ただし,  $0 \leq \theta < \alpha < \beta < 2\pi$  とする。このとき,  $s$  と  $t$  を次のように定める。

$$s = \cos \theta + \cos \alpha + \cos \beta, \quad t = \sin \theta + \sin \alpha + \sin \beta$$

(1)  $\triangle PQR$  が正三角形や二等辺三角形のときの  $s$  と  $t$  の値について考察しよう。

考察 1

$\triangle PQR$  が正三角形である場合を考える。

この場合,  $\alpha, \beta$  を  $\theta$  で表すと

$$\alpha = \theta + \frac{\boxed{\text{シ}}}{3}\pi, \quad \beta = \theta + \frac{\boxed{\text{ス}}}{3}\pi$$

であり, 加法定理により

$$\cos \alpha = \boxed{\text{セ}}, \quad \sin \alpha = \boxed{\text{ソ}}$$

である。同様に,  $\cos \beta$  および  $\sin \beta$  を,  $\sin \theta$  と  $\cos \theta$  を用いて表すことができる。

これらのことから,  $s = t = \boxed{\text{タ}}$  である。

セ, ソ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

- |   |   |
|---|---|
| ① $\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$  | ② $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta$  |
| ③ $\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$  | ④ $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta$  |
| ⑤ $-\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$ | ⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta$ |
| ⑦ $-\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta$ | ⑧ $-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta - \frac{1}{2} \cos \theta$ |

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

## 考察 2

$\triangle PQR$  が  $PQ = PR$  となる二等辺三角形である場合を考える。

例えば、点  $P$  が直線  $y = x$  上にあり、点  $Q, R$  が直線  $y = x$  に関して対称であるときを考える。このとき、 $\theta = \frac{\pi}{4}$  である。また、 $\alpha$  は  $\alpha < \frac{5}{4}\pi$ 、 $\beta$  は  $\frac{5}{4}\pi < \beta$  を満たし、点  $Q, R$  の座標について、 $\sin \beta = \cos \alpha$ 、 $\cos \beta = \sin \alpha$  が成り立つ。よって

$$s = t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} + \sin \alpha + \cos \alpha$$

である。

ここで、三角関数の合成により

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{\boxed{\text{テ}}} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{\boxed{\text{ト}}} \right)$$

である。したがって

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{12} \pi, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{12} \pi$$

のとき、 $s = t = 0$  である。

(数学II・数学B第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

(2) 次に,  $s$  と  $t$  の値を定めたときの  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  の関係について考察しよう。

考察 3

$s = t = 0$  の場合を考える。

この場合,  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  により,  $\alpha$  と  $\beta$  について考えると

$$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。

同様に,  $\theta$  と  $\alpha$  について考えると

$$\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

であるから,  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  の範囲に注意すると

$$\beta - \alpha = \alpha - \theta = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \pi$$

という関係が得られる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

(3) これまでの考察を振り返ると、次の①～③のうち、正しいものは

**木** であることがわかる。

**木** の解答群

- ①  $\triangle PQR$  が正三角形ならば  $s = t = 0$  であり、 $s = t = 0$  ならば  $\triangle PQR$  は正三角形である。
- ②  $\triangle PQR$  が正三角形なあつても  $s = t = 0$  でない場合があるが、 $s = t = 0$  ならば  $\triangle PQR$  は正三角形である。
- ③  $\triangle PQR$  が正三角形であつても  $s = t = 0$  でない場合があり、 $s = t = 0$  であつても  $\triangle PQR$  が正三角形でない場合がある。

## 数学Ⅱ・数学B

### 第2問 (必答問題) (配点 30)

[1]  $a$  を実数とし,  $f(x) = (x - a)(x - 2)$  とおく。また,  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$  とする。

(1)  $a = 1$  のとき,  $F(x)$  は  $x = \boxed{\text{ア}}$  で極小になる。

(2)  $a = \boxed{\text{イ}}$  のとき,  $F(x)$  はつねに増加する。また,  $F(0) = \boxed{\text{ウ}}$  であるから,  $a = \boxed{\text{イ}}$  のとき,  $F(2)$  の値は  $\boxed{\text{エ}}$  である。

$\boxed{\text{エ}}$  の解答群

- |     |     |     |
|-----|-----|-----|
| ① 0 | ② 正 | ③ 負 |
|-----|-----|-----|

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(3)  $a > \boxed{\text{イ}}$  とする。

$b$  を実数とし,  $G(x) = \int_b^x f(t) dt$  とおく。

関数  $y = G(x)$  のグラフは,  $y = F(x)$  のグラフを オ 方向に  
カ だけ平行移動したものと一致する。また,  $G(x)$  は  $x = \boxed{\text{キ}}$   
 で極大になり,  $x = \boxed{\text{ク}}$  で極小になる。

$G(b) = \boxed{\text{ケ}}$  であるから,  $b = \boxed{\text{キ}}$  のとき, 曲線  $y = G(x)$  と  
 $x$  軸との共有点の個数は コ 個である。

オ の解答群

①  $x$  軸

②  $y$  軸

カ の解答群

①  $b$

②  $-b$

③  $F(b)$

④  $-F(b)$

⑤  $F(-b)$

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ・数学B

[2]  $g(x) = |x|(x + 1)$  とおく。

点  $P(-1, 0)$  を通り、傾きが  $c$  の直線を  $\ell$  とする。 $g'(-1) = \boxed{\text{サ}}$   
であるから、 $0 < c < \boxed{\text{サ}}$  のとき、曲線  $y = g(x)$  と直線  $\ell$  は 3 点で交わる。そのうちの 1 点は  $P$  であり、残りの 2 点を点  $P$  に近い方から順に  $Q, R$  とすると、点  $Q$  の  $x$  座標は  $\boxed{\text{シス}}$  であり、点  $R$  の  $x$  座標は  $\boxed{\text{セ}}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

また、 $0 < c < \boxed{\text{サ}}$  のとき、線分 PQ と曲線  $y = g(x)$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とし、線分 QR と曲線  $y = g(x)$  で囲まれた図形の面積を  $T$  とすると

$$S = \frac{\boxed{\text{ソ}}c^3 + \boxed{\text{タ}}c^2 - \boxed{\text{チ}}c + 1}{\boxed{\text{ツ}}}$$

$$T = c \boxed{\text{テ}}$$

である。

第3問 (選択問題) (配点 20)

以下の問題を解答するにあたっては、必要に応じて33ページの正規分布表を用いててもよい。

ある大学には、多くの留学生が在籍している。この大学の留学生に対して学習や生活を支援する留学生センターでは、留学生の日本語の学習状況について関心を寄せている。

- (1) この大学では、留学生に対する授業として、以下に示す三つの日本語学習コースがある。

初級コース：1週間に10時間の日本語の授業を行う

中級コース：1週間に8時間の日本語の授業を行う

上級コース：1週間に6時間の日本語の授業を行う

すべての留学生が三つのコースのうち、いずれか一つのコースのみに登録することになっている。留学生全体における各コースに登録した留学生の割合は、それぞれ

初級コース：20 %, 中級コース：35 %, 上級コース：アイ %

であった。ただし、数値はすべて正確な値であり、四捨五入されていないものとする。

この留学生の集団において、一人を無作為に抽出したとき、その留学生が1週間に受講する日本語学習コースの授業の時間数を表す確率変数を $X$ とする。

ウエ  $\frac{1}{2}$  オカ  $\frac{1}{20}$  である。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

次に、留学生全体を母集団とし、 $a$ 人を無作為に抽出したとき、初級コースに登録した人数を表す確率変数を $Y$ とすると、 $Y$ は二項分布に従う。このとき、 $Y$ の平均 $E(Y)$ は

$$E(Y) = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

である。

また、上級コースに登録した人数を表す確率変数を $Z$ とすると、 $Z$ は二項分布に従う。 $Y$ 、 $Z$ の標準偏差をそれぞれ $\sigma(Y)$ 、 $\sigma(Z)$ とすると

$$\frac{\sigma(Z)}{\sigma(Y)} = \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{シ}} \sqrt{\boxed{コサ}}$$

である。

ここで、 $a=100$ としたとき、無作為に抽出された留学生のうち、初級コースに登録した留学生が28人以上となる確率を $p$ とする。 $a=100$ は十分大きいので、 $Y$ は近似的に正規分布に従う。このことを用いて $p$ の近似値を求める  
と、 $p = \boxed{ス}$ である。

**ス**については、最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- |         |         |         |
|---------|---------|---------|
| ① 0.002 | ② 0.023 | ③ 0.228 |
| ④ 0.477 | ⑤ 0.480 |         |

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

## 数学II・数学B

(2) 40人の留学生を無作為に抽出し、ある1週間における留学生の日本語学習コース以外の日本語の学習時間(分)を調査した。ただし、日本語の学習時間は母平均  $m$ 、母分散  $\sigma^2$  の分布に従うものとする。

母分散  $\sigma^2$  を 640 と仮定すると、標本平均の標準偏差は セ となる。

調査の結果、40人の学習時間の平均値は 120 であった。標本平均が近似的に正規分布に従うとして、母平均  $m$  に対する信頼度 95 % の信頼区間を  $C_1 \leq m \leq C_2$  とすると

$$C_1 = \boxed{\text{ソタチ}} \cdot \boxed{\text{ツテ}}, \quad C_2 = \boxed{\text{トナニ}} \cdot \boxed{\text{ヌネ}}$$

である。

(3) (2)の調査とは別に、日本語の学習時間を再度調査することになった。そこで、50人の留学生を無作為に抽出し、調査した結果、学習時間の平均値は 120 であった。

母分散  $\sigma^2$  を 640 と仮定したとき、母平均  $m$  に対する信頼度 95 % の信頼区間を  $D_1 \leq m \leq D_2$  とすると、ノ が成り立つ。

一方、母分散  $\sigma^2$  を 960 と仮定したとき、母平均  $m$  に対する信頼度 95 % の信頼区間を  $E_1 \leq m \leq E_2$  とする。このとき、 $D_2 - D_1 = E_2 - E_1$  となるためには、標本の大きさを 50 の ハ . ヒ 倍にする必要がある。

ノ の解答群

①  $D_1 < C_1$ かつ $D_2 < C_2$

①  $D_1 < C_1$ かつ $D_2 > C_2$

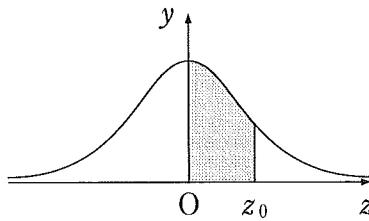
②  $D_1 > C_1$ かつ $D_2 < C_2$

③  $D_1 > C_1$ かつ $D_2 > C_2$

(数学II・数学B第3問は次ページに続く。)

## 正規分布表

次の表は、標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



$z_0$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問 (選択問題) (配点 20)

(1) 自然数  $n$  に対して、 $S_n = 5^n - 1$  とする。さらに、数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和が  $S_n$  であるとする。このとき、 $a_1 = \boxed{\text{ア}}$  である。また、 $n \geq 2$  のとき

$$a_n = \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^{n-1}$$

である。この式は  $n = 1$  のときにも成り立つ。

上で求めたことから、すべての自然数  $n$  に対して

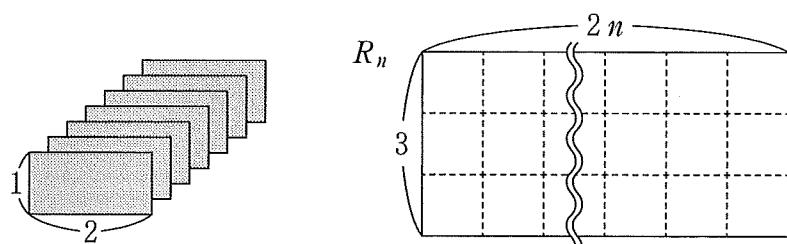
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}} \left( 1 - \boxed{\text{キ}}^{-n} \right)$$

が成り立つことがわかる。

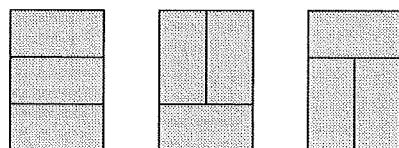
(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

[2] 太郎さんは和室の畳を見て、畳の敷き方が何通りあるかに興味を持った。ちょうど手元にタイルがあったので、畳をタイルに置き換えて、数学的に考えることにした。

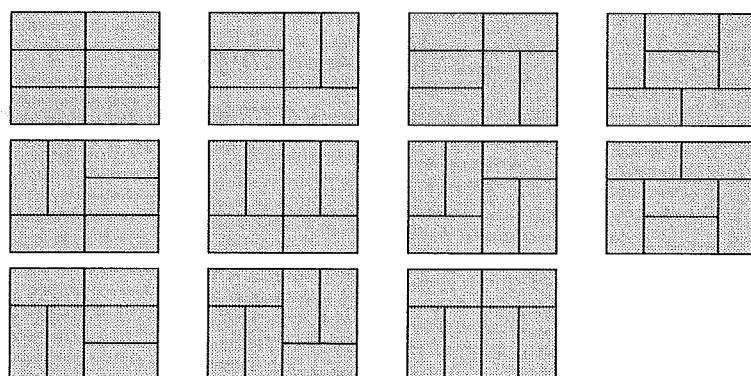
縦の長さが 1, 横の長さが 2 の長方形のタイルが多数ある。それらを縦か横の向きに、隙間も重なりもなく敷き詰めるとき、その敷き詰め方をタイルの「配置」と呼ぶ。



上の図のように、縦の長さが 3、横の長さが  $2n$  の長方形を  $R_n$  とする。  
 $3n$  枚のタイルを用いた  $R_n$  内の配置の総数を  $r_n$  とする。  
 $n = 1$  のときは、下の図のように  $r_1 = 3$  である。



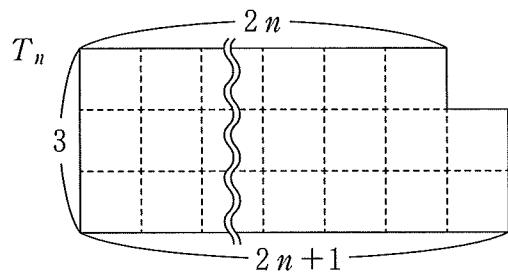
また、 $n = 2$  のときは、下の図のように  $r_2 = 11$  である。



(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

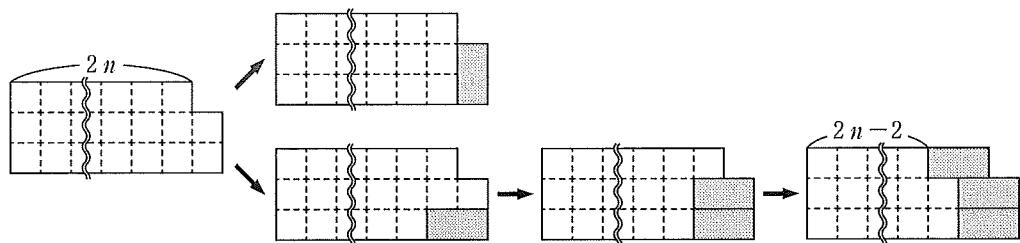
## 数学 II・数学 B

(1) 太郎さんは次のような図形  $T_n$  内の配置を考えた。



$(3n + 1)$  枚のタイルを用いた  $T_n$  内の配置の総数を  $t_n$  とする。 $n = 1$  のときは、 $t_1 = \boxed{\text{ク}}$  である。

さらに、太郎さんは  $T_n$  内の配置について、右下隅のタイルに注目して次のような図を書いて考えた。



この図から、2以上の自然数  $n$  に対して

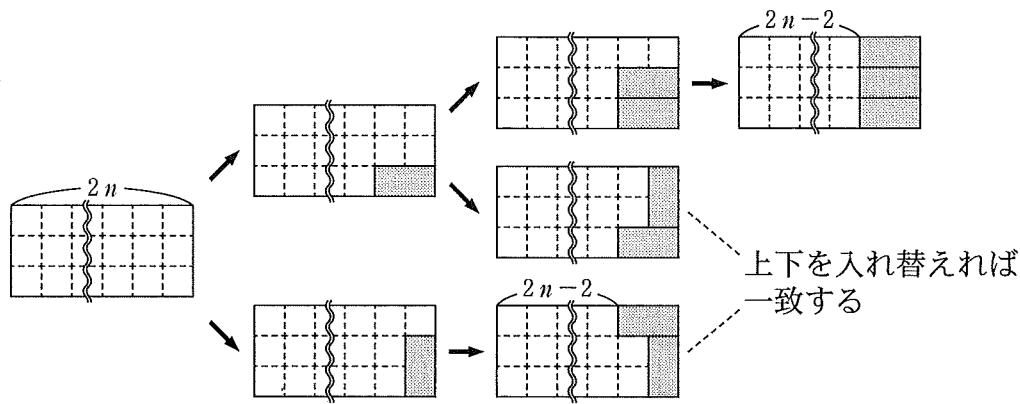
$$t_n = Ar_n + Bt_{n-1}$$

が成り立つことがわかる。ただし、 $A = \boxed{\text{ケ}}$ 、 $B = \boxed{\text{コ}}$  である。

以上から、 $t_2 = \boxed{\text{サシ}}$  であることがわかる。

(数学 II・数学 B 第 4 問は次ページに続く。)

同様に、 $R_n$  の右下隅のタイルに注目して次のような図をかいて考えた。



この図から、2以上の自然数  $n$  に対して

$$r_n = Cr_{n-1} + Dt_{n-1}$$

が成り立つことがわかる。ただし、 $C = \boxed{\text{ス}}$ 、 $D = \boxed{\text{セ}}$  である。

(2) 畳を縦の長さが 1, 横の長さが 2 の長方形とみなす。縦の長さが 3, 横の長さが 6 の長方形の部屋に畳を敷き詰めるとき、敷き詰め方の総数は

ソタ である。

また、縦の長さが 3, 横の長さが 8 の長方形の部屋に畳を敷き詰めるとき、敷き詰め方の総数は チツテ である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

Oを原点とする座標空間に2点A( $-1, 2, 0$ ), B( $2, p, q$ )がある。ただし,  $q > 0$ とする。線分ABの中点Cから直線OAに引いた垂線と直線OAの交点Dは、線分OAを9:1に内分するものとする。また、点Cから直線OBに引いた垂線と直線OBの交点Eは、線分OBを3:2に内分するものとする。

(1) 点Bの座標を求めよう。

$$|\overrightarrow{OA}|^2 = \boxed{\text{ア}} \text{である。また, } \overrightarrow{OD} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウエ}}} \overrightarrow{OA} \text{であることにより,}$$

$$\overrightarrow{CD} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \overrightarrow{OA} - \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \overrightarrow{OB} \text{と表される。} \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{CD} \text{から}$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{\text{ケ}} \quad \dots \dots \dots \quad \textcircled{1}$$

である。同様に、 $\overrightarrow{CE}$ を $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ を用いて表すと,  $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{CE}$ から

$$|\overrightarrow{OB}|^2 = 20 \quad \dots \dots \dots \quad \textcircled{2}$$

を得る。

①と②, および $q > 0$ から, Bの座標は $(2, \boxed{\text{コ}}, \sqrt{\boxed{\text{サ}}})$ である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(2) 3点O, A, Bの定める平面を $\alpha$ とし、点 $(4, 4, -\sqrt{7})$ をGとする。また、 $\alpha$ 上に点Hを $\overrightarrow{GH} \perp \overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{GH} \perp \overrightarrow{OB}$ が成り立つようにとる。 $\overrightarrow{OH}$ を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表そう。

Hが $\alpha$ 上にあることから、実数s, tを用いて

$$\overrightarrow{OH} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$$

と表される。よって

$$\overrightarrow{GH} = \boxed{\text{シ}} \overrightarrow{OG} + s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}$$

である。これと、 $\overrightarrow{GH} \perp \overrightarrow{OA}$ および $\overrightarrow{GH} \perp \overrightarrow{OB}$ が成り立つことから、

$$s = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad t = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \text{ が得られる。ゆえに}$$

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \overrightarrow{OB}$$

となる。また、このことから、Hは $\boxed{\text{ツ}}$ であることがわかる。

### $\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

- ① 三角形OACの内部の点
- ② 三角形OBCの内部の点
- ③ 点O, Cと異なる、線分OC上の点
- ④ 三角形OABの周上の点
- ⑤ 三角形OABの内部にも周上にもない点