

1 次の(1)～(7)の問いに答えなさい。

(1) 次の①～③の計算をしなさい。

① $-2 \times 3 + 2$

② $6\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{2}b\right) - (a - 3b)$

③ $(2\sqrt{3} - 1)^2$

(2) 縦の長さが横の長さの2倍より3cm長い長方形があるとき、次の①、②の問いに答えなさい。

① 横の長さを x cm とするとき、長方形の面積を x を使って表しなさい。

② 長方形の面積が 7cm^2 であるとき、横の長さを求めなさい。

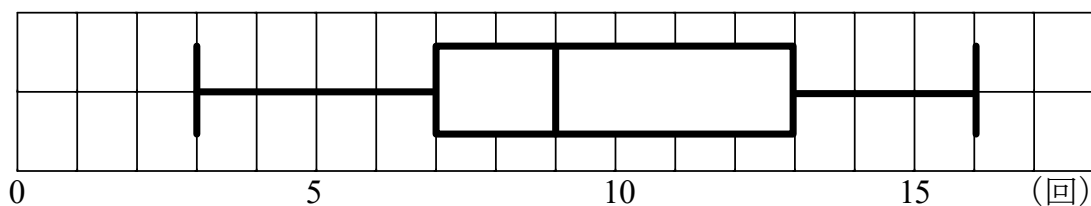
(3) A中学校では、体育祭の種目に長縄跳びがある。全学年とも、連続して何回跳べるかを競うものである。下の表は、1年生のあるクラスで長縄跳びの練習を行い、それぞれの回で連続して跳んだ回数を体育委員が記録したものである。

このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目	7回目	8回目
記録(回)	3	11	7	12	14	7	9	16

① 1回目から8回目までの記録の中央値(メジアン)を求めなさい。

② 9回目の練習を行ったところ、記録は a 回であった。下の図は、1回目から9回目までの記録を箱ひげ図に表したものである。このとき、9回目の記録として考えられる a の値をすべて求めなさい。



(4) 次の①、②の問いに答えなさい。

① 20以下の自然数のうち、素数は何個あるか、求めなさい。

② 大小2つのさいころを同時に1回投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき、 $2a + b$ の値が素数となる確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げるとき、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(5) x, y についての連立方程式

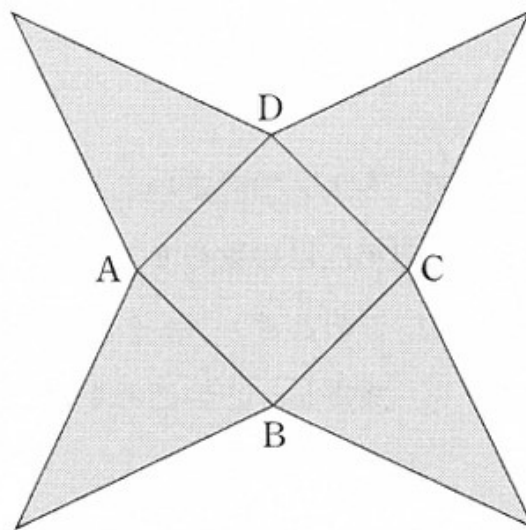
$$\begin{cases} -ax + 3y = 2 \\ 2bx + ay = -1 \end{cases}$$

の解が $x=1, y=-1$ であるとき、 a, b の値を求めなさい。

(6) 次の①、②の問いに答えなさい。

① 円錐や角錐の底面の面積を S 、高さを h とするとき、その体積 V は、 $V = \frac{1}{3}Sh$ で表される。この等式を h について解きなさい。

② 下の図は、正四角錐の展開図である。正方形 $ABCD$ の対角線 AC の長さは 4cm であり、この展開図を組み立ててできる正四角錐の体積を求めると、 $\frac{32}{3}\text{cm}^3$ であった。このとき、正四角錐の高さを求めなさい。



- (7) 下の図のように、3点 A, B, C がある。このとき、次の **条件** を満たす点 P を作図によって求めなさい。また、点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。
ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

条件

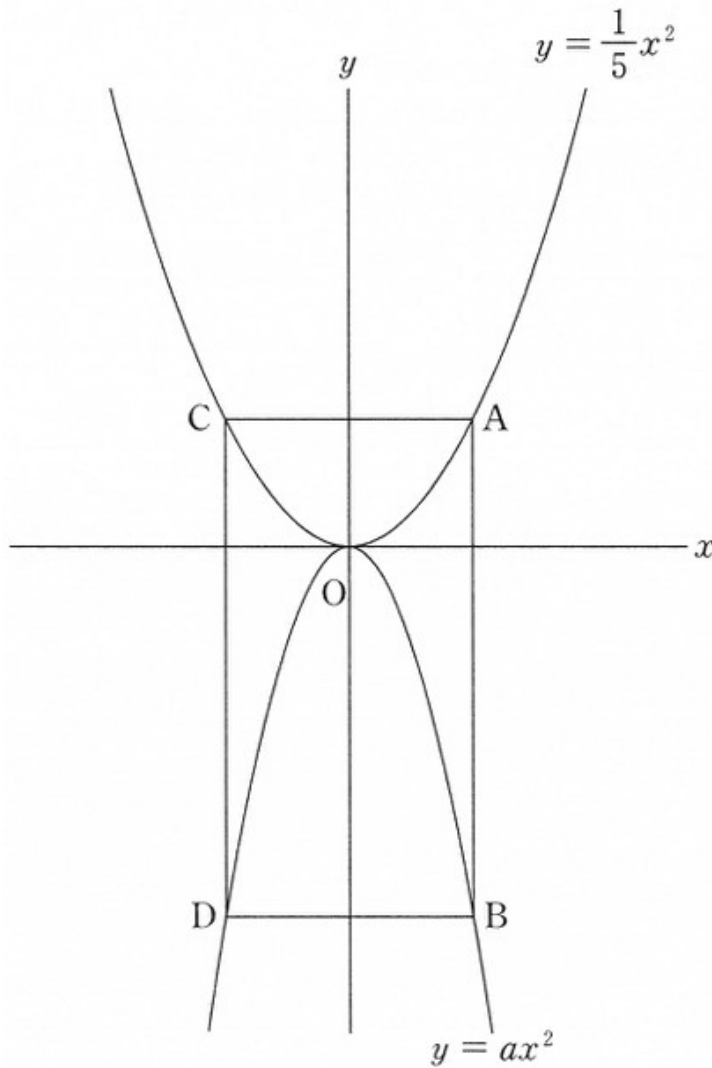
- ・点 P は、線分 AC の中点と点 B を結ぶ直線上の点である。
- ・直線 AP と直線 BP は垂直に交わる。



2 下の図のように、関数 $y = \frac{1}{5}x^2$ のグラフ上に点 A があり、点 A を通り、 y 軸に平行な直線と関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点を B とする。点 A の x 座標は 5 で、点 B の y 座標は -15 である。また、2点 A, B と y 軸に関して対称な点をそれぞれ C, D とし、長方形 ACDB をつくる。

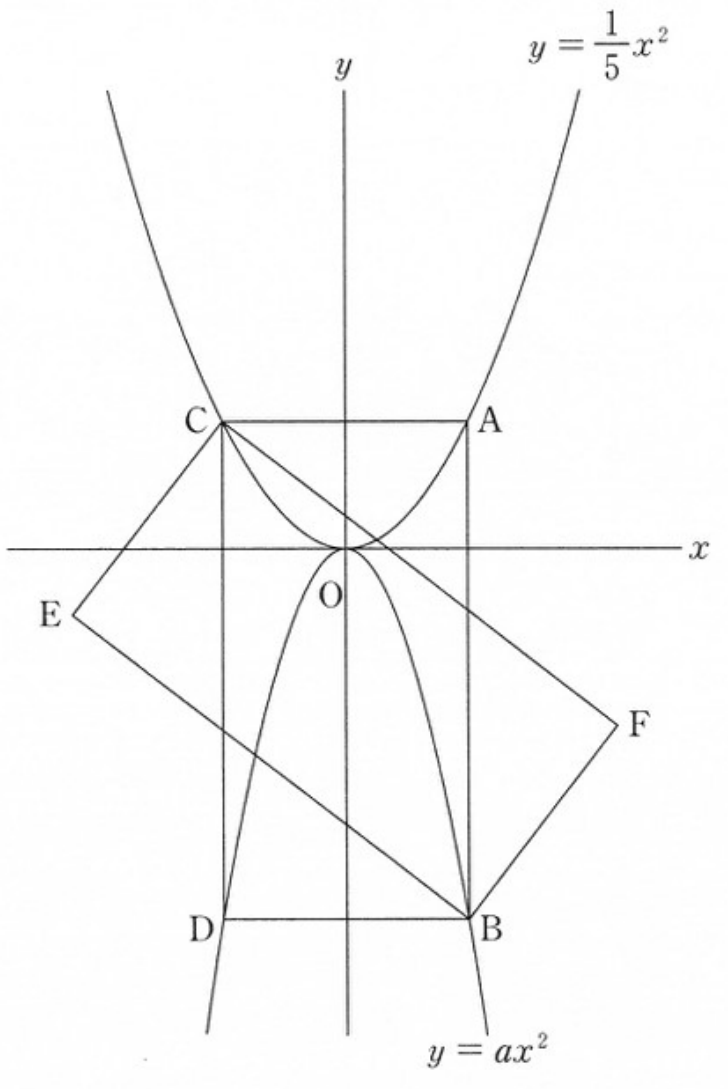
このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

ただし、 $a < 0$ とする。

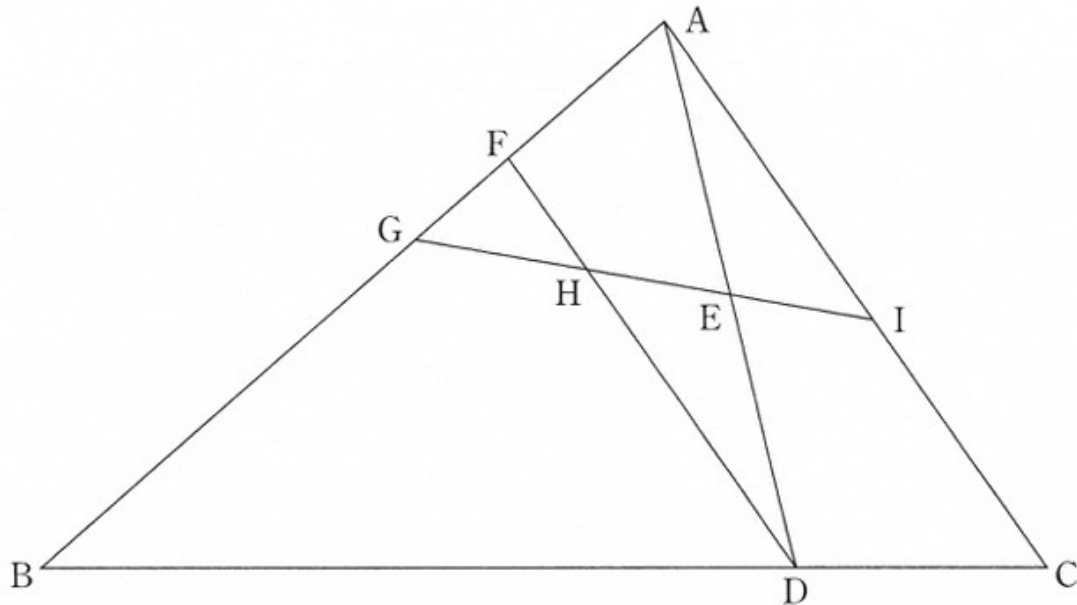


- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 2点 B, C を通る直線の式を求めなさい。

- (3) 下の図のように、長方形 ACDB と合同な長方形 CEBF をかいた。
 このとき、2点 E, F を通る直線の式を求めなさい。



- 3 下の図のように、 $\triangle ABC$ があり、辺 BC 上に $BD:DC = 3:1$ となる点 D をとる。線分 AD の中点を E とし、点 D を通り、辺 AC に平行な直線と辺 AB との交点を F とする。また、線分 BF 上に2点 B, F とは異なる点 G をとり、直線 GE と線分 DF 、辺 AC との交点をそれぞれ H, I とする。このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。




- (1) $AI = DH$ であることを下の にしたがって証明するとき、 (a) 、 (b) に入る最も適当なものを、**選択肢** の **ア～エ** のうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 (c) に入る最も適当なことばを書きなさい。

$AI = DH$ であることを証明するには、 (a) と (b) が (c) であることを証明すればよい。

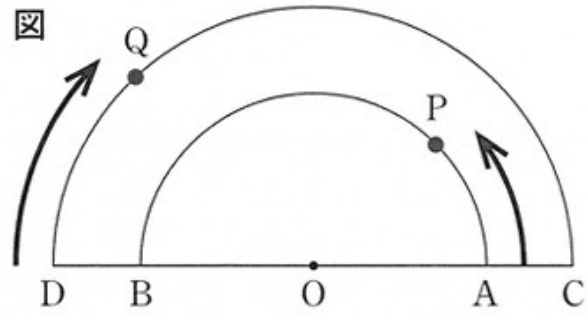
選択肢

ア $\triangle AEI$ **イ** $\triangle ABD$ **ウ** $\triangle AFD$ **エ** $\triangle DEH$

- (2) (1)の  にしたがって、 $AI = DH$ であることを証明しなさい。
- (3) $GI \parallel BC$ のとき、 $\triangle AEI$ と四角形 $BDHG$ の面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

4 右の図のように、点 O を中心とし、線分 AB, CD を直径とする2つの半円がある。
 点 P は A を、点 Q は D を同時に出発する。

A を出発した点 P は、 \widehat{AB} 上を一定の速さで移動し、 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow \dots$ の動きをくり返す。
 D を出発した点 Q は、 \widehat{CD} 上を一定の速さで移動し、 $\rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow \dots$ の動きをくり返す。



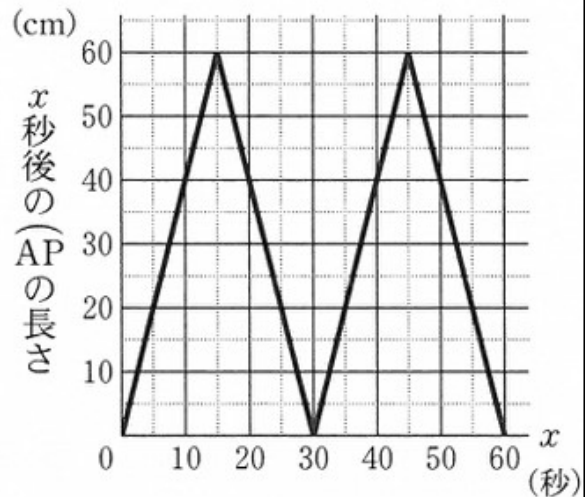
$\widehat{AB} = 60\text{cm}$, $\widehat{CD} = 90\text{cm}$, 2点 P, Q の移動する速さを、それぞれ秒速 4cm , 秒速 9cm とするとき、次の **会話文** を読み、あとの(1)～(5)の問いに答えなさい。

会話文

教師 T: 3点 O, P, Q が、この順に一直線上に並ぶ場合について考えます。点 P が A を、点 Q が D を同時に出発してから x 秒後の2点 P, Q の位置関係を確認してみましょう。

生徒 X: 点 P の動きについて考えてみます。

$\widehat{AB} = 60\text{cm}$ で、点 P の速さが秒速 4cm だから、点 P が A を出発してから、 B にはじめて到着するのは15秒後だとわかります。点 P が出発してから、 x と \widehat{AP} の長さの関係をグラフに表すと、右のようになりました。

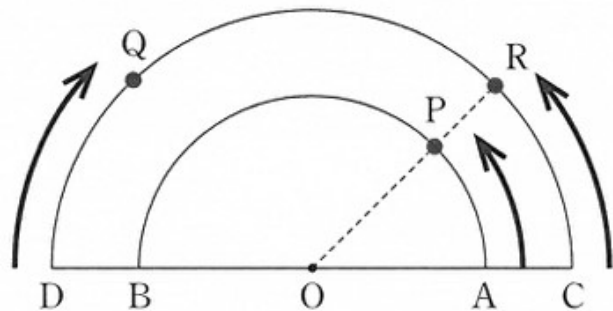


生徒 Y: 点 Q の動きについて考えてみると、

$\widehat{CD} = 90\text{cm}$ で、点 Q の速さが秒速 9cm だから、点 Q が D を出発してから、 C にはじめて到着するのは 秒後です。 \widehat{DQ} の変化のようすをグラフに表すと何かわかるかな。

生徒 X: \widehat{AP} と \widehat{DQ} の変化のようすがわかっても、点 P と点 Q は異なる円周上を動くから、3点 O, P, Q が、この順に一直線上に並ぶ場合を考えるのは難しいですね。

教師 T: 右の図のように、直線 OP と \widehat{CD} との交点を R とすると、点 P が \widehat{AB} 上を移動する速さが秒速 4cm だから、点 R が \widehat{CD} 上を移動する速さは秒速 cm だと考えることができます。



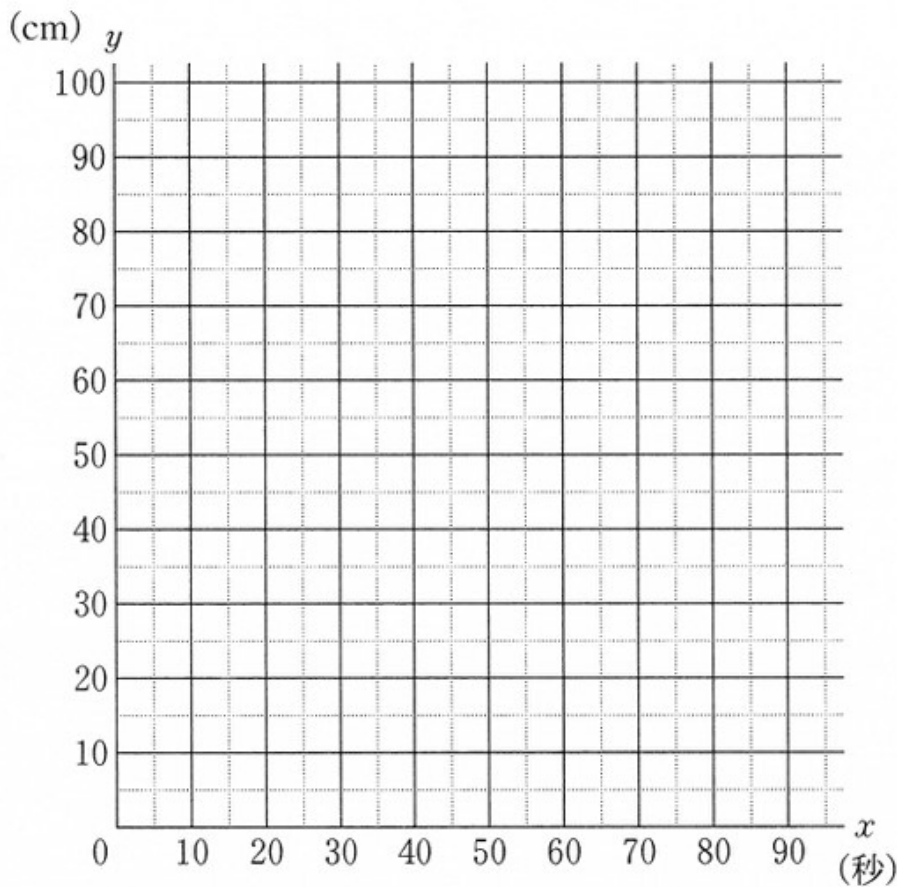
生徒 Y: 同じ \widehat{CD} 上で、2点 Q, R の動きをみるできるので、考えやすくなりました。
 3点 O, P, Q が、この順に一直線上に並ぶのは、 $\widehat{CR} + \widehat{DQ} = 90\text{cm}$ のときだね。

生徒 X: $\widehat{CR} = 90 - \widehat{DQ} = \widehat{CQ}$ だから、 $\widehat{CQ} = \widehat{CR}$ のときも考えられますよね。まず、
 \widehat{CQ} の変化のようすを調べてみます。点 Q が D を出発してから x 秒後の \widehat{CQ} の長さを $y\text{cm}$ とすると、点 Q が C にはじめて到着するまでの x と y の関係を表す式は、 $y=90 - 9x$ になります。

(1) **会話文** 中の(a)、(b)にあてはまる数として最も適当なものを、次の **ア~カ** のうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。

ア 4 **イ** 6 **ウ** 8 **エ** 10 **オ** 12 **カ** 14

(2) 点 Q が D を出発してから x 秒後の \widehat{CQ} の長さを $y\text{cm}$ とする。 $0 \leq x \leq 30$ のときの x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



- (3) 点 P が A を、点 Q が D を同時に出発してから、3点 O, P, Q が、はじめてこの順に一直線上に並ぶのは何秒後か、求めなさい。
- (4) 点 P が A を、点 Q が D を同時に出発してから、点 P が A に、点 Q が D にはじめて同時に到着した。2点 P, Q が同時に出発してからこのときまでに、3点 O, P, Q が、この順に一直線上に並ぶのは何回あったか、求めなさい。
- (5) 点 P が A を、点 Q が D を同時に出発してから、144秒後の $\angle POQ$ の大きさを求めなさい。